

# فصل دوم

برنامه ریزی تعمیرات و نگهداری  
ماشین آلات

## فصل چهارم - برنامه‌ریزی نگهداری و تعمیرات ماشین‌آلات<sup>۱</sup>

برنامه‌ریزی تعمیرات و نگهداری با هدف افزایش قابلیت اطمینان و همچنین افزایش قابلیت استفاده

ماشین‌آلات صورت می‌گیرد. انجام این برنامه‌ریزی می‌تواند در جهات زیر نیز مفید باشد:

- کاهش هزینه‌های ناشی از خرابی دستگاه‌ها.
- جلوگیری از بیکاری نیروی انسانی به صورت مستقیم و غیر مستقیم.
- کاهش توقف تولید.
- جلوگیری از کاهش تولید در قسمت‌های مرتبط.
- کاهش تعداد دستگاه‌های غیر قابل استفاده.
- کاهش تاثیر نامطلوب بر عاملین تولید.
- افزایش طول عمر قطعات.

در این برنامه‌ریزی برای رسیدن به اهدافی که در بالا به آنها اشاره شد، در طول عمر ماشین‌آلات سرویس‌هایی بر روی آنها انجام می‌شود و البته در صورت بروز خرابی، دستگاه به تعمیرگاه اعزام می‌شود.

### فعالیت‌های نت:

در بحث تعمیرات و نگهداری دو نوع فعالیت مورد نظر است:

**الف) نگهداری و پیشگیری:** انجام فعالیت‌هایی به منظور بهتر کار کردن ماشین، افزایش عمر آن و همچنین جلوگیری از بروز خرابی ماشین در گروه فعالیت‌های این گروه قرار دارد.

**ب) تعمیرات اصلاحی:** زمانی که یک دستگاه خراب می‌شود و برای تعمیر به تعمیرگاه اعزام می‌شود، کلیه عملیاتی که بر روی دستگاه انجام می‌شود تا مجدداً قابل استفاده در محل گردد در این گروه فعالیت قرار می‌گیرد.

از آنجا که در بحث تعمیرات و نگهداری، دو فعالیت نگهداری و تعمیر مطرح است به آن نت (مخفف اول کلمات نگهداری و تعمیر) می‌گوییم.

### هزینه‌های نت:

هزینه‌های بخش نت بر سه نوع‌اند:

**الف) هزینه‌های اجرتی:** شامل هزینه‌هایی که به پرسنل تیم نت پرداخت می‌شود.

**ب) هزینه‌های قطعات:** شامل هزینه مواد و قطعات مصرفی در بخش نت.

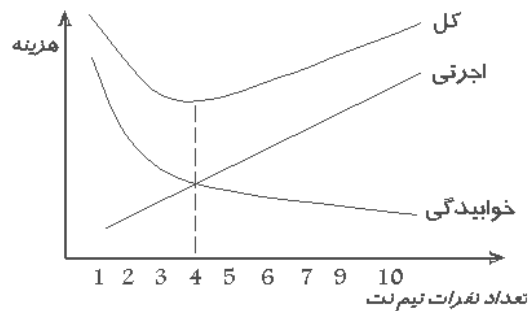
**ج) هزینه‌های خوابیدگی:** شامل هزینه عدم استفاده از ماشین در زمان انجام عملیات نت.

بین هزینه‌های اجرتی و خوابیدگی رابطه‌ای به شرح زیر وجود دارد:

اگر محدودیت تعداد پرسنل تیم نت منجر به ایجاد صف برای انجام عملیات نت گردد، ماشین‌آلات مربوطه می‌بایست برای انجام عملیات نت مدتی بیکار بمانند. این عمل موجب افزایش هزینه خوابیدگی ماشین‌آلات می‌شود. در این شرایط لازم است تا تعداد افراد تیم نت را افزایش داد. با افزایش تعداد نفرات تیم

<sup>۱</sup> maintenance.

نت، اگرچه هزینه خوابیدگی کاهش می‌یابد ولی هزینه اجرتی افزایش پیدا می‌کند. بطور خلاصه بین هزینه‌های اجرتی و هزینه‌های خوابیدگی رابطه‌ای مطابق شکل 1 وجود دارد:



شکل 1- رابطه تعداد افراد تیم نت و هزینه اجرتی.

همانطور که در شکل نیز نشان داده شده است انتخاب تعداد نفرات تیم نت می‌تواند بر اساس حداقل کردن مجموع هزینه‌های اجرتی و خوابیدگی انجام شود.

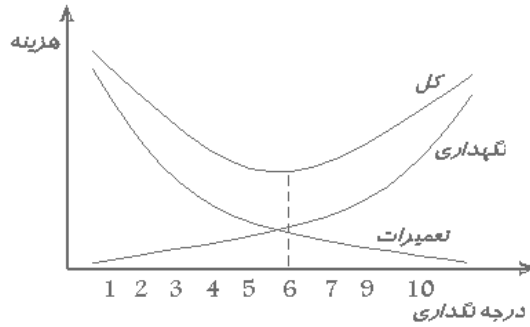
### درجه نگهداری:

در یک معدن می‌توان سیاست‌های متفاوتی برای اعمال نگهداری طرح و اجرا کرد. برای مثال انجام روغن کاری ماشین‌آلات در هر روز یک بار می‌تواند یک سیاست برای نگهداری باشد. سیاست دیگر انجام روغن کاری و بازدید کارشناس در هر روز یکبار و سیاست‌های دیگر.

هر یک از این سیاست‌ها را یک درجه از نگهداری می‌نامیم. البته در تعریف خود انجام نظارت و کار بیشتر بر روی ماشین‌آلات را با درجات بالاتر بیان می‌کنیم. برای مثال ممکن است انجام فقط روغن کاری در هر روز یک بار را درجه ۱ از نگهداری بنامیم و انجام روغن کاری و بازدید توسط کارشناس در هر روز یک بار را درجه ۲ از نگهداری بنامیم.

برای یک معدن بی‌نهایت درجه می‌توان تعریف کرد. هر درجه هزینه و امکانات خاص خود را نیاز دارد. انجام درجات بالا از نگهداری اگرچه اطمینان و کارایی ماشین‌آلات را افزایش می‌دهد، ولی هزینه بالاتری را نیز نیاز دارد. از طرف دیگر انتخاب درجات پایین نگهداری ضمن کاهش قابلیت اطمینان و قابلیت استفاده ماشین‌آلات، موجب افزایش هزینه‌های تعمیرات نیز می‌شود.

شکل 2 رابطه بین هزینه‌های نگهداری و تعمیرات را نشان می‌دهد.



شکل 2- رابطه هزینه‌های نگهداری و تعمیرات در درجات مختلف نگهداری.

همانطور که در شکل نشان داده شده است با انتخاب درجه بالاتری از نگهداری که با هزینه نگهداری بالاتر نیز همراه است، هزینه تعمیرات کاهش می‌یابد. و با انتخاب درجات پایین نگهداری هزینه نگهداری کاهش و هزینه تعمیرات افزایش می‌یابد. نمودار هزینه کل نیز در شکل بالا رسم شده است. برای انتخاب آن درجه از نگهداری که کمترین هزینه را به دنبال داشته باشد کافی است تا درجه‌ای که بیان کننده نقطه حداقل هزینه کل است را انتخاب کنیم. در عمل نیازی به رسم این منحنی نبوده و برای انتخاب درجه‌ای از نگهداری که هزینه کل را حداقل کند به شرح زیر عمل می‌کنیم:

ابتدا جدولی مطابق زیر رسم می‌کنیم و درجات مختلف نگهداری را تا حد ممکن ( و البته مورد نیاز) در آن ثبت می‌کنیم. برای هر درجه هزینه نگهداری و پیش‌بینی هزینه تعمیرات را به همراه مجموع هزینه‌های آن را تعیین و در جدول یادداشت می‌کنیم.

جدول 1- انتخاب درجه نگهداری برای حداقل کردن هزینه

درجه نگهداری	شرح	هزینه نگهداری	هزینه تعمیر (تخمین)	هزینه کل

با تشکیل این جدول کافی است تا آن درجه از نگهداری که دارای هزینه کل کمتر است انتخاب شود. البته در بسیاری از موارد برای هر سیستم یک حداقل درجه نگهداری تعریف می‌شود. این حداقل درجه با توجه به ملاحظات خاص هر محل انتخاب می‌شود. برای مثال سیستم‌هایی که به افراد سرویس می‌دهند مانند آسانسورهای نفربر، وسایل نقلیه افراد و از این نوع لازم است تا از قابلیت اطمینان قابل قبولی برخوردار

باشند و این مسئله در انتخاب درجه نگهداری مورد نظر قرار می‌گیرد. به این ترتیب که آن درجاتی از نگهداری که تامین کننده ایمنی کافی این تجهیزات نیستند اصلاً در لیست جدول 1 ثبت نمی‌شوند. نکته دیگر اینکه تعیین هزینه‌های تعمیرات چندان ساده نیست. به عبارت دیگر به دشواری می‌توان گفت که با انتخاب هر درجه از نگهداری دقیقاً چه میزان هزینه برای تعمیرات پرداخت خواهد شد. لذا به این منظور اولاً لازم است تا از مشورت افراد با تجربه استفاده کرد و همچنین از اطلاعات هر دوره برای تخمین هزینه‌ها در دوره بعد استفاده کرد.

### تقسیم‌بندی نیروی کار در بخش نت:

اجرای یک برنامه مناسب برای توزیع نیروی کار، انجام فعالیت‌ها و موادی از این نوع می‌تواند کارایی این بخش را به میزان قابل توجهی افزایش دهد. این برنامه‌ریزی باید به گونه‌ای انجام شود تا از یک سو هزینه کل انجام عملیات را کاهش دهد. و از سوی دیگر باید قابلیت اطمینان و استفاده ماشین‌آلات را در سطح مطلوب قرار دهد. بطور کلی برای تقسیم نیرو و فعالیت‌ها در بخش نت از روشهای زیر استفاده می‌شود:

- الف) استفاده از فنون برنامه‌ریزی.
- ب) شبیه‌سازی.
- ج) تئوری صف.

**بودجه:**

بودجه بخش نت بر اساس برنامه‌ریزی کار در این بخش به سه نوع تقسیم می‌شود:  
 بودجه ثابت: بودجه‌ای که برای یک دوره پیش‌بینی می‌شود و در ابتدای دوره اعتبار مورد نظر پیشنهاد و به تصویب می‌رسد.

بودجه طرح: این بودجه برای اجرای طرح‌های جدید در بخش نت پیشنهاد می‌شود و در صورت تصویب در زمان پیش‌بینی شده در اختیار طرح قرار می‌گیرد. این بودجه ممکن است برای توسعه کارگاه، احداث ساختمان جدید نت، توسعه و تجهیز نت و از این نوع پیشنهاد شود.

بودجه متغیر: این بودجه برای موارد غیر منتظره مانند وقوع سیل، زلزله، آتش‌سوزی، انفجار و امثال آن که بطور مستقیم بر هزینه‌های نت تاثیر دارند پیشنهاد می‌شود. در طول چندین دوره زمانی ممکن است هیچگاه این بودجه مورد نیاز نباشد ولی پیش‌بینی آن در اعتبارات شرکت انجام می‌شود.

**انواع برنامه‌ریزی:**

در بخش مهندسی نت همیشه حوادث مطابق پیش‌بینی کارشناسان اتفاق نمی‌افتد و به همین جهت در بخش نت دو نوع برنامه‌ریزی به شرح زیر انجام می‌شود:

الف) برنامه‌ریزی قطعی

ب) برنامه‌ریزی غیر قطعی

برنامه‌ریزی قطعی برای پدیده‌هایی که از قانونمندی خاصی تبعیت می‌کنند انجام می‌شود و برنامه‌ریزی غیر قطعی برای آن دسته از پدیده‌هایی که رفتاری غیر قابل پیش‌بینی دارند انجام می‌شود. برنامه‌ریزی‌های مربوط به عملیات نگهداری بیشتر از نوع قطعی و برنامه‌ریزی‌های مربوط به عملیات تعمیرات معمولاً از نوع غیر قطعی می‌باشند.

## مدل‌های آماری خرابی دستگاه‌ها

استفاده کننده از یک ماشین مایل است تا بداند که دستگاه مورد نظر تا چه زمانی بصورت مفید و قابل استفاده در دسترس است تا در زمان مناسب نسبت به تعویض و یا تعمیر آن اقدام نماید. وجود یک مدل که بیان کننده زمان بروز خرابی دستگاه باشد برای این منظور می‌تواند بسیار مفید باشد. مدل‌های آماری خرابی دستگاه‌ها به همین منظور توسعه داده شده‌اند.

چنانچه تعداد زیادی دستگاه یا قطعه یکسان و با طول عمر مساوی را در نظر بگیریم، اگرچه بدیهی است که همه آنها زمانی از کار خواهند افتاد ولی نمی‌توان انتظار داشت که همگی در یک لحظه زمانی معین و با هم دچار خرابی و از کار افتادگی شوند. بلکه در شرایط مساوی نیز هر یک در زمان متفاوتی از کار می‌افتند. برای تخمین زمان احتمالی بروز خرابی می‌توان بصورت زیر عمل کرد:

فرض کنیم در یک معدن نوع خاصی از تسمه به تعداد زیاد استفاده می‌شود. برای تهیه مدل آماری لازم است تا عمر تعداد زیادی از این نوع تسمه ثبت شود. اگر این اقدام صورت گرفته باشد آنگاه  $N$  عدد در اختیار داریم که بیان کننده عمر این تعداد تسمه است. در مرحله بعد لازم است تا اعداد بدست آمده از کم به زیاد مرتب شوند. اگر کوچکترین عدد را  $t_0$  و بزرگترین عدد را  $t_n$  بنامیم و فاصله زمانی بین این دو عدد را به  $n$  قسمت مساوی تقسیم کنیم آنگاه تعدادی فاصله زمانی بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\Delta t = t_1 - t_0 = t_2 - t_1 = \dots = t_j - t_i = \dots = t_n - t_{n-1} = \frac{t_n - t_0}{n}$$

حال باید تعداد دستگاه‌های از کار افتاده در هر فاصله زمانی را تعیین کنیم. مثلاً  $N_{ij}$  تعداد دستگاه‌های از کار افتاده در فاصله زمانی  $t_i$  و  $t_j$  را نشان می‌دهد.

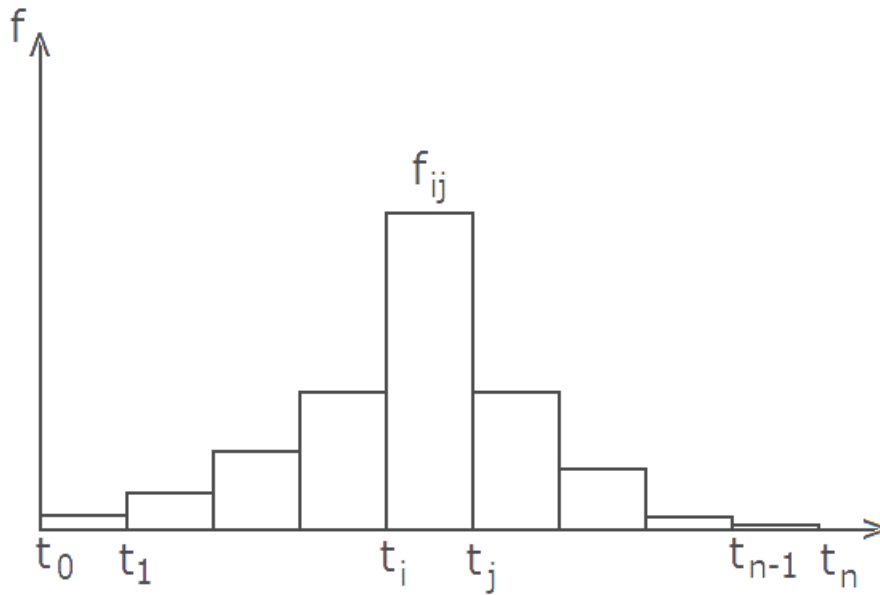
در این مرحله تواتر نسبی<sup>1</sup> ( $f_{ij}$ ) برای هر فاصله زمانی را از رابطه زیر محاسبه می‌کنیم.

$$f_{ij} = \frac{N_{ij}}{\Delta t \times N}$$

پس از محاسبه تواتر نسبی برای تمامی فاصله‌ها می‌توانیم چند ضلعی تواتر نسبی<sup>2</sup> را رسم کنیم. برای این کار کافی است تا پس از رسم یک دستگاه مختصات دکارتی دو بعدی، محور افقی را به  $n$  قسمت مساوی تقسیم کرده و اعداد مربوط به فاصله زمانی را در مرز این قسمت‌ها درج کنیم و بر روی هر قسمت مستطیلی رسم کنیم که قاعده آن عرض هر قسمت و ارتفاع آن اندازه تواتر نسبی باشد. یک نمونه از این چند ضلعی در شکل بعد نشان داده شده است.

<sup>1</sup> Relative frequency

<sup>2</sup> Relative frequency polygon



اگر در این چند ضلعی سطح مستطیل واقع بین دو زمان  $t_i$  و  $t_j$  را با  $A_{ij}$  نشان دهیم آنگاه داریم:

$$A_{ij} = \Delta t \times f_{ij} = \Delta t \times \frac{N_{ij}}{\Delta t \times N}$$

و یا

$$A_{ij} = \frac{N_{ij}}{N}$$

از طرفی سطح کل مستطیل‌ها برابر واحد خواهد شد. یعنی:

$$A_{0n} = 1$$

با داشتن این چند ضلعی می‌توانیم احتمال بروز خرابی بین دو فاصله زمانی را بصورت زیر بدست آوریم:

احتمال بروز خرابی در فاصله زمانی  $t_i$  و  $t_j$  برابر است با مساحت مستطیل مربوطه به مساحت کل

مستطیل‌ها. یعنی داریم:

$$P_{ij} = \frac{A_{ij}}{A_{0n}} = \frac{A_{ij}}{1} = A_{ij} = \frac{N_{ij}}{N}$$

حال اگر تعداد نمونه‌های آزمایش شده خیلی زیاد باشد ( $N \rightarrow \infty$ ) و فاصله زمانی‌ها بسیار کم باشند

( $\Delta t \rightarrow 0$ ) آنگاه چند ضلعی تواتر نسبی به نمودار تواتر نسبی تبدیل می‌شود که از دقت بالاتری برخوردار

است.

از نتایج بدست آمده در این مرحله برای توسعه تابع چگالی احتمال استفاده می‌شود.

### تابع چگالی احتمال

طبق تعریف تابع چگالی احتمال عبارت است از حد نسبت احتمال وقوع متغیر تصادفی  $t$  بین  $t_i$  و  $t_j$  وقتی که فاصله بین  $t_i$  و  $t_j$  به صفر میل می‌کند. یعنی:

$$\rho(t) = \lim_{t_j - t_i \rightarrow 0} \frac{\text{prob}[t_i < t < t_j]}{t_j - t_i}$$

از طرفی داریم:

$$\text{prob}[t_i < t < t_j] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_t}{N}$$

که در آن  $N$  تعداد دستگاه‌های آزمایش شده و  $N_t$  تعداد دستگاه‌هایی است که در فاصله زمانی مورد نظر ( $t_i$  و  $t_j$ ) از کار افتاده‌اند.

از دو رابطه اخیر روابط زیر نتیجه می‌شود:

$$\rho(t) = \lim_{\substack{\Delta t \rightarrow 0 \\ N \rightarrow \infty}} \frac{N_t}{\Delta t \times N}$$

ولی از آنجا که استفاده از بینهایت دستگاه در یک آزمایش عملی نیست لذا با قبول خطای عملی از رابطه زیر استفاده می‌شود.

$$\rho(t) = \frac{N_t}{\Delta t \times N}$$

### خواص تابع چگالی احتمال

می‌دانیم که تابع چگالی احتمال شکل پیوسته چند ضلعی تواتر نسبی می‌باشد. همچنین نمودار تواتر نسبی در حد، به سمت تابع چگالی احتمال میل می‌کند. از طرفی دیدیم که سطح کل زیر نمودار تواتر نسبی برابر واحد است. به این ترتیب سطح احاطه شده توسط منحنی تابع چگالی احتمال نیز برابر واحد است. یعنی:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \rho(t) \cdot dt = 1 \quad (4-6)$$

از رابطه ۲-۴ مشخص است که تابع چگالی احتمال مشتق احتمال وقوع متغیر تصادفی  $t$  در فاصله زمانی  $t_i$  و  $t_i + \Delta t$  است. یعنی:

$$prob[t_i < t < t_i + \Delta t] = \int_{t_i}^{t_i + \Delta t} \rho(t) \cdot dt \quad (4-7)$$

و در حالت کلی:

$$prob[t_i < t < t_j] = \int_{t_i}^{t_j} \rho(t) \cdot dt \quad (4-8)$$

به این ترتیب احتمال وقوع خرابی از زمان استفاده ( $t=0$ ) تا زمان  $T$  عبارت خواهد بود از:

$$P(T) = \int_0^T \rho(t) \cdot dt \quad (4-9)$$

که در آن  $P(T)$  تابع توزیع احتمال<sup>۱</sup> نامید می‌شود.

### تابع احتمال نمایی:

تابع احتمال نمایی یا تابع چگالی احتمال منفی نمایی<sup>۲</sup> یکی از توابع مهم جهت بیان زمانهای از کار افتادگی در برنامه‌ریزی تعمیرات و نگهداری می‌باشد. شکل این تابع بصورت زیر است:

$$\rho(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t} \quad (4-10)$$

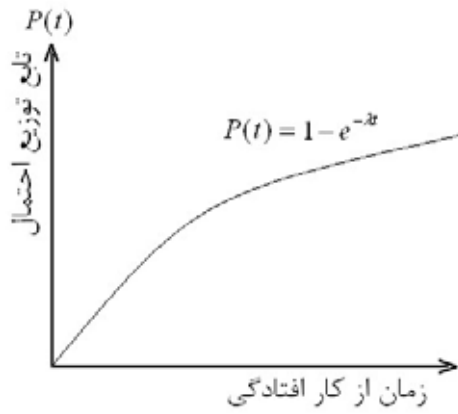
که در آن  $\lambda$  میانگین نرخ وقوع زمانهای از کار افتادگی است. همچنین شکل ۴-۴ منحنی نمایش این تابع را نشان می‌دهد. رابطه ۱۱-۴ و شکل ۵-۴ بترتیب تابع توزیع احتمال و منحنی تابع توزیع احتمال نمایی هستند.

$$P(T) = \int_0^T \lambda \cdot e^{-\lambda t} dt = -e^{-\lambda t} \Big|_0^T = -(e^{-\lambda T} - 1) = 1 - e^{-\lambda T} \quad (4-11)$$

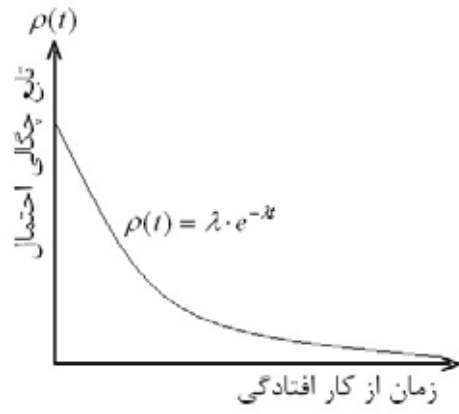
$$P(t) = \int_a^b \lambda e^{-\lambda t} dt = -e^{-\lambda t} \Big|_a^b = e^{-a\lambda} - e^{-b\lambda}$$

<sup>1</sup> Probability Distribution Function.

<sup>2</sup> Negative Exponential Probability Density Function.



شکل ۴-۵- نمودار تابع چگالی توزیع احتمال



شکل ۴-۴- نمودار تابع چگالی احتمال

### چند تابع دیگر

چند تابع دیگر که در تخمین از کار افتادگی قطعات و دستگاه‌ها می‌تواند استفاده شود در این قسمت آمده‌اند:

تابع چگالی نرمال<sup>۱</sup>

$$\rho(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$

تابع احتمال فوق نمایی<sup>۲</sup>

$$\rho(t) = 2k^2 \lambda e^{-2k\lambda t} + 2\lambda(1-k^2) \exp[-2(1-k)\lambda t]$$

تابع احتمال ویبال<sup>۳</sup>

$$\rho(t) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta\right]$$

تابع احتمال گاما<sup>۴</sup>

$$\rho(t) = \frac{\alpha(\alpha t)^{n-1} e^{-\alpha t}}{(n-1)!}, t \geq 0$$

تابع لگاریتمی<sup>۵</sup>

$$\rho(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[\frac{-1}{2\sigma^2(Lnt - \mu)^2}\right]$$

تابع احتمال مثلثی<sup>۶</sup>

$$\rho(t) = \frac{\alpha}{n} \left(1 - \frac{t}{n}\right)$$

<sup>1</sup> Normal.  
<sup>2</sup> Hyper Exponential.  
<sup>3</sup> Weibull.  
<sup>4</sup> Gamma.  
<sup>5</sup> Log-Normal.  
<sup>6</sup> Triangular.

مسئله ۱:

- عمر یک مته از دستگاه حفاری از قانون توزیع نمایی با میانگین خرابی شش بار در سال تبعیت می کند. احتمال های زیر را برای این مته حساب کنید.
۱. زمان از کار افتادگی در ماه اول باشد
  ۲. زمان از کار افتادگی در ماه سوم باشد
  ۳. زمان از کار افتادگی در ماه سوم یا ماه پنجم باشد
  ۴. زمان از کار افتادگی قبل از دو ماه کار باشد
  ۵. زمان از کار افتادگی بعد از دو ماه کار باشد
  ۶. حداقل سه ماه کار کند
  ۷. زمان از کار افتادگی بین نیم و یک و نیم ماه باشد
  ۸. زمان از کار افتادگی راس دو ماه کار باشد
  ۹. حتماً خراب شود
  ۱۰. هیچگاه خراب نشود

حل: خرابی شش بار در سال به معنی میانگین خرابی ۲ ماه است. لذا عمر متوسط قطعه ۲ ماه است و

$$\lambda \text{ برابر } \frac{1}{2} \text{ است.}$$

در حالت کلی داریم:

$$P(t) = \int_a^b \lambda e^{-\lambda t} dt = -e^{-\lambda t} \Big|_a^b = e^{-a\lambda} - e^{-b\lambda}$$

$$P(t) = e^{-a\lambda} - e^{-b\lambda}$$

$$P = e^{-\frac{0}{2}} - e^{-\frac{1}{2}} = 1 - e^{-\frac{1}{2}} = 0.393 \quad (39.3\%)$$

قسمت ۱: (زمان از کار افتادگی در ماه اول باشد)

$$P = \left( e^{-\frac{2}{2}} - e^{-\frac{3}{2}} \right) = 0.145 \quad (14.5\%)$$

قسمت ۲: (زمان از کار افتادگی در ماه سوم باشد)

$$P = \left( e^{-\frac{2}{2}} - e^{-\frac{3}{2}} \right) + \left( e^{-\frac{4}{2}} - e^{-\frac{5}{2}} \right) = 0.197 \quad (19.7\%)$$

قسمت ۳: (زمان از کار افتادگی در ماه سوم یا ماه پنجم باشد)

$$P = e^{-\frac{0}{2}} - e^{-\frac{2}{2}} = 1 - e^{-1} = 0.632 \quad (63.2\%)$$

قسمت ۴: (زمان از کار افتادگی قبل از دو ماه کار باشد)

$$P = 1 - 0.632 = 0.368 \quad (36.8\%)$$

قسمت ۵: (زمان از کار افتادگی بعد از دو ماه کار باشد)

$$P = e^{-\frac{2}{2}} - e^{-\frac{\infty}{2}} = e^{-\frac{2}{2}} + 0 = e^{-\frac{2}{2}} = 0.368 \quad (36.8\%)$$

راه دیگر به شرح روبرو است.

$$P = e^{-\frac{3}{2}} - e^{-\frac{\infty}{2}} = e^{-\frac{3}{2}} + 0 = e^{-\frac{3}{2}} = 0.223 \quad (22.3\%)$$

قسمت ۶: (حداقل سه ماه کار کند). این جمله معادل آن است که بگوئیم زمان از کار افتادگی

بعد از سه ماه کار باشد

قسمت ۷: (زمان از کار افتادگی بین نیم و یک و  $P = e^{-\frac{0.5}{2}} - e^{-\frac{1.5}{2}} = 0.779 - 0.472 = 0.306$  (30.6%)  
نیم ماه باشد)

قسمت ۸: (زمان از کار افتادگی راس دو ماه کار  $P = e^{-\frac{2}{2}} - e^{-\frac{2}{2}} = 0$   
باشد)

قسمت ۹: (حتماً خراب شود)  $P = e^{-\frac{0}{2}} - e^{-\frac{\infty}{2}} = 1 - 0 = 1$

قسمت ۱۰: (هیچگاه خراب نشود)  $P = 1 - 1 = 0$

## مسئله ۲:

خرابی یک تسمه دستگاه تهویه از قانون توزیع نمایی تبعیت می کند و بطور متوسط هر پنج ماه یکبار اتفاق می افتد. محاسبه کنید در هر ماه حداقل چه تعداد تسمه می بایست در انبار موجود باشد تا اطمینان حاصل شود که در صورت خرابی تسمه، عدم وجود تسمه برای تعویض در انبار کمتر از یک درصد باشد.

حل:

با توجه به عمر متوسط داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = 5 \rightarrow \lambda = \frac{1}{5} \text{ (بر ماه)}$$

$$\rho(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t} = \frac{1}{5} e^{-t/5}$$

حال احتمال وقوع خرابی در یک ماه را حساب می کنیم:

$$\text{prob}(0 < t \leq 1) = \int_0^1 \frac{1}{5} e^{-t/5} = -[e^{-t/5}]_0^1$$

$$\text{prob}(0 < t \leq 1) = -(e^{-1/5} - 1) = 1 - e^{-1/5} = 1 - 0.819 = 0.181$$

اگر احتمال خرابی تسمه در هر ماه برابر ۰/۱۸۱ باشد، آنگاه احتمال n بار خرابی تسمه در هر ماه برابر است با:

$$P = \overbrace{0.181 \times 0.181 \times 0.181 \times \dots \times 0.181}^{(n)\text{time}} = 0.181^n$$

چون قرار است این احتمال از یک درصد کمتر باشد، لذا داریم:

$$0.181^n < 0.01 \rightarrow n \times \text{Ln}(0.181) < \text{Ln}(0.01) \rightarrow -1.7 \times n < -4.6$$

$$n > \frac{-4.6}{-1.7} \rightarrow n > 2.7 \Rightarrow n = 3$$